

東北大学大学院工学研究科技術社会システム専攻

博士課程前期2年の課程

平成26年度 一般選抜

## 数学試験問題

平成25年8月27日

試験時間:9時30分～11時30分(120分)

### <注意事項>

1. “始め”の合図があるまで、本冊子を開かないこと。
2. 答案用紙に、必ず、受験番号を記入すること。
3. 大問5題中、4題を選択して答えること。
4. 大問1題につき1枚の答案用紙を使用すること。ただし、表側に書ききれない場合は、裏側に記載しても良い。答案用紙2枚にわたって書かないこと。
5. 答案用紙提出後、試験監督の指示があるまで退出せず、着席していること。
6. 問題用紙は回収するので机の上に置き、持ち帰らないこと。

## 問題 1

関数

$$f(x, y) = e^{x^2 + (y-1)^2}$$

について、以下の問いに答えよ。

(1) 偏導関数  $\frac{\partial f}{\partial x}$  と  $\frac{\partial f}{\partial y}$  を求めよ。

(2)  $f(x, y)$  の極値を求めよ。

## 問題 2

(1) 微分方程式

$$2x \cdot \frac{dy}{dx} + y = 2x^2$$

を解け。

(2) 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 7y = 0$$

を解け。ただし、 $x=0$  のとき、 $y=2$ 、 $\frac{dy}{dx}=7$  という条件を用いよ。

### 問題 3

直交座標系において  $x, y, z$  軸方向の単位ベクトルをそれぞれ  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  とするとき以下の問に答えよ。

- (1) スカラー場  $\varphi = x^3 y z^2$ , ベクトル場  $\mathbf{F} = \text{grad } \varphi$  とするとき、 $\text{div } \mathbf{F}$ ,  $\text{rot } \mathbf{F}$  を求めよ。
- (2) ベクトル場  $\mathbf{G} = [y + z \cos(xz)] \mathbf{i} + x \mathbf{j} + x \cos(xz) \mathbf{k}$  について、2 点  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 1, \pi)$  を結ぶ線分  $C$  に沿った線積分を求めよ。

#### 問題 4

(1) 行列  $A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 2 \\ 1 & 7 & 2 \\ 1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$  について、 $A^n$  を求めよ。

(2) 一定数の住民が地域 A, B, C に分かれて居住している。  $n-1$  期に A に住んでいた住民の 80% は  $n$  期も A に住む。  $n-1$  期に A に住んでいた住民の 10% は  $n$  期に B に移住する。  $n-1$  期に A に住んでいた住民の 10% は  $n$  期に C に移住する。  $n-1$  期に B に住んでいた住民の 70% は  $n$  期も B に住む。  $n-1$  期に B に住んでいた住民の 20% は  $n$  期に A に移住する。  $n-1$  期に B に住んでいた住民の 10% は  $n$  期に C に移住する。  $n-1$  期に C に住んでいた住民の 60% は  $n$  期も C に住む。  $n-1$  期に C に住んでいた住民の 20% は  $n$  期に A に移住する。  $n-1$  期に C に住んでいた住民の 20% は  $n$  期に B に移住する。  $n$  期の A, B, C の住民数をそれぞれ  $a_n, b_n, c_n$  とする。  $n$  が十分大きいとき、  $a_n$  の住民総数に占める割合を求めよ。

## 問題 5

赤と青の 2 つの 6 面体サイコロがある。2 つのサイコロを同時に振るとき、赤の出目と青の出目を、それぞれ、確率変数  $x_1$  および  $x_2$  で表す。このとき、以下の問に答えよ。

- (1) 2 つの出目の差を確率変数  $X = |x_1 - x_2|$  で表す。  $X$  の確率分布を求めよ。
- (2) 赤と青の出目の最大値を確率変数  $Y = \max\{x_1, x_2\}$  で表す。  $Y$  の確率分布を求めよ。
- (3)  $X$  と  $Y$  の同時分布を求めよ。
- (4) 上記(3)の結果を用いて、  $X$  と  $Y$  が独立であるか否かと、その理由を述べよ。